

電気主任技術者

# 挑戦！電験二種 受験合格講座 1

理論

JTEX

職業訓練  
法人 日本技能教育開発センター

## まえがき

受講者の皆さん、電験二種の受験を決意されたことに敬意を表します。

時あたかも電力の市場が自由化されつつあり、電気主任技術者の仕事を取りまく環境もいろいろ変化しつづありますが、周囲がどのように変化しても電気の安全を守り、安心して電気を扱えるようにするためには、電気技術をしっかり自分のものにしておくことが大切なことはいささかも変わりありません。

この講座で扱ういろいろな科目は、いずれもその基本になる事柄であり、しっかり皆さんの身につけていただきたいと思います。執筆にあられた諸先生は、どなたもそれぞれの分野で長い経験と深い知識をもっておられる方々ですので、皆さんが本講座のテキストを十分に活用して立派な成果をあげられることを望んでやみません。

電験二種受験合格講座の学習期間は6か月です。また、学習のスケジュールは、次のとおりです。まず、1か月目が「理論」、2か月目が「電力」、3、4か月目が「機械」、5か月目が「法規」、最後の6か月目が「二次試験」という構成です。

したがって、この「理論」の学習期間は1か月です。

短期間で試験に合格するためには、過去の出題を研究し、出題傾向を把握し、効率よく学習することが必要です。

本講座のテキストは、次の点を配慮して編集しました。

1. 学習をより効果的にするため、各章のはじめに学習上重要な事項を列挙した。また、本文中においては太字を用いて表示した。
2. 短期間での学習であることを考慮し、電験三種の範囲と思われるものは簡単に扱い、学習内容の精選を図った。  
キルヒホッフの法則、インピーダンス、アドミタンス等の概念、また、電力＝電圧×電流、有効電力および無効電力の関係など、基礎的な事項は三種で学んだものとし、解説を省略した。
3. 学習の理解度が確認できるように例題を設けた。また、章末問題には、過去に出題された問題および類題を、電験に準拠してA問題、B問題に分けて配列した。
4. 留意すべき事柄、誤りやすい箇所、式の展開が難解な部分などには、〔チェック〕あるいは〔テクニック〕という形でコメントをつけた。
5. 単位系としては「計量法」に定められている計量単位のうち、国際単位系（SI）を用いた。

さて、皆さんは、本テキストを用いて学習に取り組んでいくわけですが、自らの理解度をチェックしながら、学習を進めてください。また、学習上理解しにくい箇所については、質問券を活用してください。

なお、受講者の多くは電験三種の学習をされていると思いますので、学習方法は熟知のことと思いますが、あえて申し上げます。

- ・学習計画を立て、スケジュールに従って学習をすること。
- ・くり返し学習し、過去の電験問題をマスターすること。

最後に、本講座が皆さんの精進とあいまって、初期の目的が達成されることの手助けになることを願うものであります。

2000年1月

監修者

関根泰次

**1章 電気磁気理論 — 1**

**1. 静電界**

**4**

- (1) クーロンの法則 ..... 4
- (2) 電界 ..... 6
- (3) いろいろな電界の計算 ..... 15
- (4) 段絶縁 ..... 24

**2. 静電容量**

**25**

- (1) いろいろな静電容量の計算 ..... 25
- (2) 電気映像法 ..... 29
- (3) 静電エネルギー ..... 34
- (4) 電位係数, 容量係数, 誘導係数 ..... 36

**3. 誘電体**

**39**

- (1) 誘電体と分極 ..... 39
- (2) 誘電体の境界条件 ..... 42

**4. 磁界**

**43**

- (1) クーロンの法則 ..... 43
- (2) 磁界と磁位 ..... 43
- (3) 電流による磁界 ..... 47
- (4) いろいろな磁界の計算 ..... 48
- (5) 電磁力 ..... 54

**5. 電磁誘導**

**58**

- (1) ファラデーの法則 ..... 58
- (2) 磁界中を運動する導体に発生する起電力 ..... 59
- (3) 回転するコイルに発生する起電力 ..... 60





## 6. 磁性体と磁気回路 62

- (1) 磁性体 ..... 62
- (2) 磁性体の境界条件 ..... 64
- (3) 磁気回路のオームの法則 ..... 65

## 7. インダクタンス 68

- (1) 自己インダクタンスと相互インダクタンス ..... 68
- (2) いろいろなインダクタンスの計算 ..... 72
- (3) 磁界に蓄えられるエネルギー ..... 74
- (4) 電磁石の吸引力 ..... 75

## 8. 電流と抵抗 76

- (1) オームの法則とジュールの法則 ..... 76
- (2) 導体間の静電容量と抵抗の関係 ..... 79
- (3) いろいろな電極抵抗の計算 ..... 80

## 1章 章末問題 83

# 2章 電気回路理論 — 89

## 1. 基礎回路理論 92

- (1) ベクトル記号法 ..... 92
- (2) 電力ベクトル ..... 98
- (3) ベクトル軌跡 ..... 100
- (4) 相互インダクタンス回路 ..... 106
- (5) ブリッジ回路 ..... 110
- (6) Y- $\Delta$ 変換 ..... 113
- (7) 共振現象 ..... 118

## 2. 線形回路理論 124

- (1) 重ねの理 ..... 124
- (2) テブナンの定理 ..... 127
- (3) 補償定理 ..... 129
- (4) ミルマンの定理 ..... 130
- (5) 四端子定数 ..... 133
- (6) Zパラメータ, Yパラメータ ..... 140



**3. 三相回路理論** 149

---

- (1) 不平衡三相回路 ..... 149
- (2) 対称座標法 ..... 153
- (3) 三相回路電力 ..... 164

**4. 上級回路理論** 168

---

- (1) ひずみ波交流 ..... 168
- (2) 過渡現象 ..... 172
- (3) 分布定数回路 ..... 179
- (4) 進行波 ..... 184

**2章 章末問題** 186

---



**3章 電子理論** 191

---

**1. 固体電子理論** 193

---

- (1) 固体電子理論の基礎 ..... 193
- (2) 電子の放出 ..... 197

**2. 真空電子理論** 199

---

- (1) 電界中の電子運動 ..... 199
- (2) 磁界中の電子運動 ..... 200

**3. 電子回路理論** 202

---

- (1) 増幅回路 ..... 202
- (2) 発振回路 ..... 212
- (3) 変調回路 ..... 215
- (4) パルス回路 ..... 218

**4. 各種効果** 220

---

**3章 章末問題** 222

---



## 4章 電気・電子計測 — 229

### 1. 計測の基礎

231

- (1) 測定法 ..... 231
- (2) 誤差とその種類 ..... 231
- (3) アナログ計器とデジタル計器 ..... 233
- (4) 直動式指示電気計器の概要 ..... 234
- (5) 直動式指示電気計器の動作原理 ..... 236
- (6) 指示電気計器の誤差補償 ..... 240

### 2. 分流器、倍率器および計器用変成器

242

- (1) 分流器 ..... 242
- (2) 倍率器 ..... 242
- (3) 計器用変成器 ..... 242

### 3. 特殊な電圧・電流の測定

243

- (1) 衝撃電圧の測定 ..... 243
- (2) 衝撃電流の測定 ..... 244
- (3) 対称分の測定 ..... 245

### 4. 電力・電力量の測定

247

- (1) 三相電力の測定 ..... 247
- (2) 電力量計 ..... 249

### 5. 回路素子の測定

251

- (1) 抵抗の測定 ..... 251
- (2)  $L, C$  の測定 ..... 252



**6. 電子計測** **254**

---

- (1) デジタルマルチメータ ..... 254
- (2) オシロスコープ ..... 254
- (3) 波形観測 ..... 254
- (4) リサージュ図形 ..... 256

**4章 章末問題** **258**

---

**章末問題の解答・解説** **262**

---

**INDEX** **270**

---



# 1 章

## 電気磁気理論のポイント

### 1. 電気に関するクーロンの法則

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \text{ [N]}$$

### 2. 電界の強さ

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{\epsilon S} = \frac{\sigma}{\epsilon} \text{ [V/m]}$$

### 3. 電束密度

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} = \epsilon E = \sigma \text{ [C/m}^2\text{]}$$

### 4. ガウスの定理

$$\int_s E_n ds = \int_s E \cos \theta \cdot ds = \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^m Q_i$$

### 5. 電位

$$V = \int_{\infty}^r -E \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \text{ [V]}$$

### 6. 電位の傾き

$$E = -\frac{dV}{dr} \text{ [V/m]}$$

### 7. 平行平板電極間の電界と電位

$$E = \frac{Q}{\epsilon S} \text{ [V/m]}$$

$$V = \int_{r_2}^{r_1} -E \cdot dr = \frac{Qd}{\epsilon S} \text{ [V]}$$

### 8. 均一に帯電している球体内部の電界と電位

$$E = \frac{rQ}{4\pi\epsilon a^3} \text{ [V/m]}$$

$$V = \frac{(3a^2 - r^2)Q}{8\pi\epsilon a^3} \text{ [V]}$$

### 9. 同心球導体の内外球間の電界と電位

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \text{ [V/m]}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon c} + \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right) \text{ [V]}$$

### 10. 無限平板導体の電界と電位

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon} \text{ [V/m]}$$

$$V_{r_1 r_2} = -\int_{r_2}^{r_1} E \cdot dr = \frac{\sigma}{2\epsilon} (r_2 - r_1) \text{ [V]}$$

### 11. 無限長直線導体の電界と電位

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \text{ [V/m]}$$

$$V = -\int_{r_2}^{r_1} E \cdot dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_2}{r_1} \text{ [V]}$$

### 12. 同心円筒導体間の電界と電位

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \text{ [V/m]}$$

$$V = -\int_b^r E \cdot dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{b}{r} \text{ [V]}$$

### 13. 平行導体間の電界と電位

$$E = E_A + E_B = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) \text{ [V/m]}$$

$$V = -\int_{d-a}^a E \cdot dr = \frac{Q}{\pi\epsilon} \log_e \frac{d-a}{a} \text{ [V]}$$

### 14. 異径球導体間の電界と電位

$$E = E_A + E_B$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{1}{(d-r)^2} \right\} \text{ [V/m]}$$

$$V = -\int_{d-b}^a E \cdot dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{d-a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{d-b} \right) \text{ [V]}$$

$d \gg a, b$  のとき,

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ [V]}$$

### 15. 電気双極子による電界と電位

$$V_P = \frac{P \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2} \text{ [V]}$$

$$E_r = -\frac{\partial V_P}{\partial r} = \frac{P \cos \theta}{2\pi\epsilon r^3} [\text{V/m}]$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{P \sin \theta}{4\pi\epsilon r^3} [\text{V/m}]$$

$$E_P = \frac{P\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{4\pi\epsilon r^3} [\text{V/m}]$$

### 16. 静電容量の計算

① 孤立した導体の場合、導体に電荷  $Q$  [C] を与え、そのときの導体の電位  $V$  [V] を用い、 $C=Q/V$  [F] で算出する。

② 2 個の導体間の場合、2 導体間の電位差  $V_{AB}$  [V] を用い、 $C=Q/V_{AB}$  [F] で算出する。

### 17. 点電荷と平面導体表面の電界

$$E = \frac{aQ}{2\pi\epsilon(a^2+x^2)^{3/2}} [\text{V/m}]$$

### 18. 導線と大地間の静電容量

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{2h-a}{a}} [\text{F/m}]$$

### 19. 球導体と大地間の静電容量

$$C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{2h-a}} [\text{F}]$$

### 20. 静電エネルギー

$$W = \int_0^Q \frac{Q}{C} dq = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV$$

$$= \frac{1}{2} CV^2 [\text{J}]$$

### 21. 電極間に働く力

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon S} [\text{N}]$$

### 22. 電位係数

$$V_n = P_{n1} Q_1 + P_{n2} Q_2 + \dots + P_{nn} Q_n$$

$$P_{n1}, P_{n2}, \dots, P_{nn} (\text{電位係数}) [1/\text{F}]$$

### 23. 容量係数と誘導係数

$$Q_n = q_{n1} V_1 + q_{n2} V_2 + \dots + q_{nn} V_n$$

$$q_{11}, q_{22}, \dots, q_{nn} (\text{容量係数}) [\text{F}]$$

$$q_{12}, q_{21}, \dots, q_{ij} (\text{誘導係数}) [\text{F}]$$

### 24. 磁気に関するクーロンの法則

$$F = \frac{1}{4\pi\mu} \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} [\text{N}]$$

### 25. 磁界の強さ

$$H = \frac{m}{4\pi\mu r^2} [\text{A/m}]$$

### 26. 磁位

$$U = \int_\infty^r -H \cdot dr = \frac{m}{4\pi\mu r} [\text{A}]$$

### 27. アンペアの周回積分の法則

$$\oint_C H \cdot dl = \sum_{i=1}^n I_i [\text{A}]$$

### 28. ビオ・サバールの法則

$$dH = \frac{I \cdot dl \sin \theta}{4\pi r^2} [\text{A/m}]$$

### 29. 無限長直線電流の磁界

$$H = \frac{I}{2\pi r} [\text{A/m}]$$

### 30. 無限長直線ソレノイド内の磁界

$$\int_A^B H \cdot dl = Hl = NI \quad (H = \frac{NI}{l} = ni$$

$$[\text{A/m}])$$

### 31. 環状ソレノイドの磁界

$$\oint_C H \cdot dl = Hl = NI \quad (H = \frac{NI}{2\pi r} [\text{A/m}])$$

32. 平行直線電流による磁界

$$H = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{D-r_1} \right) \text{ [A/m]}$$

33. 同軸円筒導体の磁界

① 外部導体  $H_1 = \frac{I}{2\pi r} \left( \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} \right) \text{ [A/m]}$

② 内外導体間  $H_2 = \frac{I}{2\pi r} \text{ [A/m]}$

③ 内部導体  $H_3 = \frac{rI}{2\pi a^2} \text{ [A/m]}$

34. 有限長導体

$$H = \frac{I}{4\pi a} \left( \frac{l_1}{\sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{a^2 + l_2^2}} \right) \text{ [A/m]}$$

$$H = \frac{I}{4\pi a} (\sin \phi_1 + \sin \phi_2) \text{ [A/m]}$$

35. 円形電流による磁界

$$H = \int_0^{2\pi a} dH_x = \frac{a^2 I}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \text{ [A/m]}$$

36. 磁界中の電流に働く力

$$F = IBl \sin \theta \text{ [N]}$$

37. コイルに働く回転力

$$T = NIBS \cos \theta \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

38. ファラデーの法則

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ (}\Phi \text{: 磁束鎖交数) [V]}$$

39. 誘導起電力

① 導体:  $e = vBl \sin \theta \text{ [V]}$

② コイル:  $e = NS\omega B \sin \omega t \text{ [V]}$

40. インダクタンス (自己, 相互)

① 自己:  $L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{I_1} \text{ [H]}$ ,

$$L_2 = \frac{N_2 \phi_2}{I_2} \text{ [H]}$$

② 相互:  $M = \frac{N_1 \phi_{12}}{I_2} = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1} \text{ [H]}$

③  $L$  と  $M$  の関係

$$M = \pm k \sqrt{L_1 L_2} \text{ [H]} \quad (k \leq 1)$$

④ 2つのコイルの直列接続

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M \text{ [H]}$$

(+)は和動接続, (-)は差動接続

41. 環状ソレノイドの自己インダクタンス

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu N^2 S}{l} \text{ [H]}$$

42. 無限長直線円柱導体内の自己インダクタンス

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{8\pi} \text{ [H/m]}$$

43. 無限長平行直線導線の自己インダクタンス

$$L = \frac{\mu}{\pi} \log_e \frac{d-a}{a} \text{ [H/m]}$$

44. 磁界に蓄えられるエネルギー

$$W = \int_0^I dW = L \int_0^I i di = \frac{1}{2} LI^2 \text{ [J]}$$

45. 磁気回路のオームの法則

$$\phi = \frac{NI}{R_m} \text{ [Wb]}$$

$$R_m = \frac{l}{\mu S} \text{ [H}^{-1}\text{]}$$

46. 導体間の静電容量と抵抗

$$RC = \rho \epsilon = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

47. 球電極の抵抗

$$R = \frac{\rho}{4\pi a} \text{ [\Omega]}, \quad \frac{\rho}{2\pi a} \text{ [\Omega]} \text{ (半球電極)}$$

# 1章 電気磁気理論

## 1. 静電界

### (1) クーロンの法則

#### 1) 静電気

いろいろな電磁気現象は、原子を構成している電子の挙動により発露する。

負の電荷を帯びた電子が過剰になる状態を、負の電気を帯びたという。電気を帯びることを帯電といい、帯電した物体を帯電体という。他方、電子が不足する状態は、相対的に正に帯電したことになる。

帯電した物体のもつ一定量の電気のことを電荷という。電荷には正と負の2種類があり、同種の電荷は反発しあい、異種の電荷は吸引しあう。

異なる2つの物質を摩擦してみると、正（あるいは負）に帯電する物質の序列が一義的に定まってくる。すなわち、

「3種類の物質 A, B, C について、A と B を摩擦したとき、A が正、B が負に帯電し、B と C を摩擦したとき、B が正、C が負に帯電するならば、A と C を摩擦するときは、A は正に、C は負に帯電する」。これをボルタの摩擦電気に関する法則という。

ボルタの法則により、すべての物質を正に帯電する傾向の強いものから順に並べた序列を、静電序列（摩擦電気系列）という（表1-1）。

●表1-1 静電序列

正に帯電する側	毛	羽	ガラス	綿	紙	絹	木	コ	プ	エ	セ	負に帯電する側
	皮	根	ス	布	布	材	ハ	ラ	ボ	ル	ロ	
								ク	ス	ナイ	イド	
								ック	ット			

絶縁物では、分離した電荷が原子の間を移動しにくいので、正と負の電荷が分離したままの状態を保つことができる。このように静的な状態にある電荷を静電気という。

## チェック

1個の電子は、  
 $-1.602 \times 10^{-19} [C]$   
 の電荷をもっている。

2) クーロンの法則

真空中の2つの点電荷の間に働く電気力の大きさ  $F$  [N] は、それぞれの電荷  $Q_1$  [C]、 $Q_2$  [C] の積に比例し、両電荷の間の距離  $r$  [m] の2乗に反比例する。

また、その力の方向は両電荷を結ぶ直線上にあって、同種の電荷のときは反発力が、異種のときは吸引力が作用する。

これを静電気に関するクーロンの法則といい、次式で表される。

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \text{ [N]} \quad (1-1)$$

この電気力をクーロン力あるいは静電気力という。

ここで  $\epsilon_0$  は、真空の誘電率で、

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \doteq 8.854 \times 10^{-12} \text{ [F/m]}$$

$$c \doteq 2.998 \times 10^8 \text{ [m/s]} \text{ (真空中の光の速度)}$$

である。

ここで、誘電率が  $\epsilon$  の媒質のとき、式 (1-1) は次式で表される。

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_s \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \text{ [N]} \quad (1-2)$$

$$\epsilon = \epsilon_s \epsilon_0 \text{ [F/m]}$$

$\epsilon_s$  を媒質の比誘電率という。

例 1-1  の中に適当な答を記入せよ。

(以後、      の部分は省略)

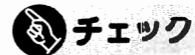
距離  $r$  を隔てて存在する2つの点電荷  $q_1$ 、 $q_2$  の間に作用する電気力  $F$  は、 $F \propto q_1 q_2 / r^2$  である。これを  (1) の法則という。SI 単位系では、媒質の誘電率を  $\epsilon$  とし、これを  $F = \text{ (2)} \times q_1 q_2 / r^2$  と表している。等しい電荷をもつ2つの点電荷を真空中で  (3) [m] の距離に離しておくとき、それら相互に作用する電気力  $F$  が  $c^2 \times 10^{-7}$  [N] ( $c$ : 光速 [m/s] とする。) であるような電荷を 1C という。したがって、真空の誘電率  $\epsilon_0$  は、 (4) と決められる。その単位は、 (5) である。

[解 説]

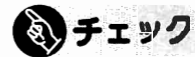
(1) この問題は、クーロンの法則に関するものである。



誘電率については、p.39 参照。



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \doteq 9 \times 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2]$$



空気の比誘電率は 1.000568 であるが、実用上は 1.0 として取り扱う。

(2) このクーロンの法則は誘電率  $\epsilon$  の媒体中では、式 (1-2) で表される。

(3) 式 (1-1) に問題の値を代入すると、

$$c^2 \times 10^{-7} = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 1}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \times 10^9}{(3 \times 10^8)^2 \times 10^{-7}}} = 1 \text{ m}$$

となる。

(4)  $r = 1 \text{ m}$  とわかれば、

$$c^2 \times 10^{-7} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1^2}{1^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \times 10^{-12}$$

となる。

(5) 式 (1-1) より  $\epsilon_0$  は、

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi F} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

であるから、これを単位で表せば、

$$\epsilon_0 = \left[ \frac{C^2}{N \cdot m^2} \right] = \left[ \frac{C^2}{CV \cdot m} \right] (\because [N \cdot m] = [C \cdot V] = [J])$$

$$= \left[ \frac{C}{V \cdot m} \right] = [F/m]$$

となる。

[解答] (1) (静電気に関する) クーロン, (2)  $\frac{1}{4\pi\epsilon}$ , (3) 1,

(4)  $\frac{10^7}{4\pi c^2}$  (または  $8.854 \times 10^{-12}$ ),

(5) F/m

## (2) 電界

### 1) 電界の強さ

1つの帯電体の近くに他の帯電体を置くと、2つの帯電体の間にはクーロン力が働く。これは、1つの帯電体のまわりに、他の帯電体を吸引したり反発したりする電氣的勢力ができてからである。この電氣的勢力の及ぶ範囲を電界あるいは電場という。とくに電荷が静止している場合の電界を静電界という。

正の単位電荷 (+1C) を電界のある点にもってきたとき、これ

### チェック

電界は、大きさと方向をもつベクトル量である。

に働く力の大きさを、その点の電界の大きさとし、その力の方向を、電界の方向とする。

この定義によると、誘電率  $\epsilon$  の媒質中の点電荷  $Q$  [C] から  $r$  [m] 離れた点の電界の強さ  $E$  は、次式で表される。

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad \text{[V/m]} \quad (1-3)$$

また、電界の強さ  $E$  [V/m] の電界中に  $Q$  [C] の電荷を置いたとき、その電荷に  $F_Q$  の力が作用したとすると、

$$F_Q = QE \quad \text{[N]} \quad (1-4)$$

したがって、その点の電界の強さ  $E$  は、次のようになる。

$$E = \frac{F_Q}{Q} \quad \text{[V/m]} \quad (1-5)$$

また、式 (1-3) は、次のように表せる。

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2} \cdot \frac{1}{\epsilon} = \sigma \cdot \frac{1}{\epsilon} \quad \text{[V/m]} \quad (1-6)$$

ただし、

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad \text{[C/m}^2\text{]} \quad (1-7)$$

この  $\sigma$  を電荷密度という。

## 2) 電気力線, 電束

### ① 電気力線

電界の様子を表すのに、電気力線という仮想線を用いる。電気力線には次の性質がある。

- (a) 電気力線は、正電荷から出て負電荷に終わる。
- (b) 電気力線の接線方向が、その点の電界の方向である。
- (c) 電気力線の密度 [本 / m<sup>2</sup>] は、電界の強さを表す。
- (d) 電気力線は互いに交差することなく、導体表面から直角に出入りする。
- (e) 電気力線は、それ自身はゴムひものように縮もうとしており、また、互いに反発しようとしている。

図 1-1 に示すように、誘電率  $\epsilon$  の媒質中の点  $O$  に電荷  $Q$  [C] があるとき、 $r$  [m] 離れた点  $P$  の電界の強さ  $E$  は式 (1-3) であるから、次のように表せる。

この電界の強さ  $E$  は、電気力線の性質(c)から電気力線の密度 (1



**チェック**

式 (1-6) については、式 (1-19) (p.13) 参照。

## 理論

$\text{m}^2$ あたりの数)を表していることになる。

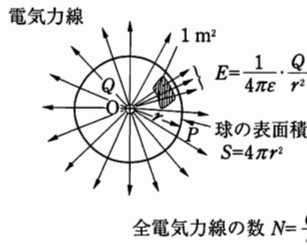
一方、半径  $r[\text{m}]$ の球の表面積  $S$  は、次式で表される。

$$S = 4\pi r^2 [\text{m}^2] \quad (1-8)$$

したがって、この球面を垂直に貫いている全電気力線の数  $N$  は、

$$N = ES = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon} \quad (1-9)$$

すなわち、誘電率  $\epsilon$  の媒質中に置かれた  $Q[\text{C}]$ の点電荷からは、 $Q/\epsilon$ 本の電気力線が放射状に出ていることになる。



●図 1-1 点電荷から出る電気力線

この電気力線に単位はなく、無名数である。便宜上〔本〕で数えることがある。

**例 1-2** 真空中において、1C から出る電気力線の本数は、何本か。

〔解説〕

真空中であるから、 $\epsilon = \epsilon_0$ であり、式(1-9)から、

$$N = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{11}$$

〔解答〕  $1.13 \times 10^{11}$ 本

### ② 電束

電気力線は、 $Q[\text{C}]$ の電荷から  $Q/\epsilon$ 〔本〕出ると仮想したため、媒質の誘電率  $\epsilon$  によって電気力線の数が変わる。これに対し、電束は媒質の誘電率に関係なく、 $Q[\text{C}]$ の電荷からは  $Q$ 〔本〕の電束が出ていると仮想する。

電束は  $\Psi$  で表し、単位は電荷と同じ  $[\text{C}]$  である。

よって、 $Q[\text{C}]$ の電荷から出ている総電束数  $\Psi$  は、

$$\Psi = Q[\text{C}] \quad (1-10)$$

### 🔍 チェック

電束のことを、誘電束ともいう。



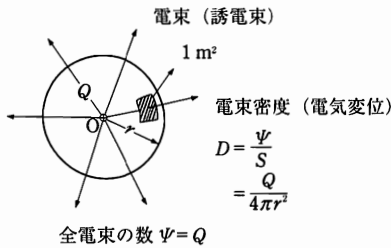
一方、式(1-9)より、 $Q = \epsilon N [C]$ であるから、 $\Psi$ は次式で表される。

$$\Psi = \epsilon N [C] \tag{1-11}$$

図1-2に示すように、 $Q [C]$ の点電荷から出ている電束は、電気力線と同じように均一に放射状に出ているので、半径  $r [m]$ の球面上の単位面積 ( $1 m^2$ ) を貫く電束  $D$  は、次式で表される。

$$D = \frac{\Psi}{4\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi r^2} = \sigma [C/m^2] \tag{1-12}$$

ここで、 $D$ を電束密度、あるいは電気変位という。



●図1-2 点電荷から出る電束

また、式(1-8)と式(1-12)より、 $D$ は次のようになる。

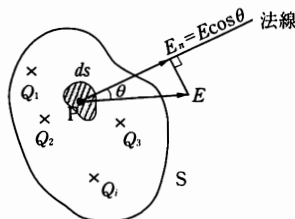
$$D = \epsilon E = \epsilon_s \epsilon_0 E [C/m^2] \tag{1-13}$$

### 3) ガウスの定理

図1-3に示すように、電界中の任意の閉曲面  $S$  によって囲まれる全電荷の量と、その閉曲面を通り抜ける全電気力線の数との関係を、一般的に述べたのがガウスの定理である。これを誘電率  $\epsilon$  が閉曲面  $S$  で囲まれた中では一定とした式で表すと、

$$\int_s \mathbf{E}_n \cdot d\mathbf{s} = \int_s E \cos \theta \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^m Q_i \tag{1-14}$$

ここで、 $d\mathbf{s}$ は閉曲面  $S$  上の任意の点  $P$  のまわりの微小面積、 $E_n$ は点  $P$  における電界の強さ  $E$  の  $d\mathbf{s}$  の法線方向の成分、 $\theta$  は  $E$  と  $E_n$  のなす角度を表す。また、 $Q_i$  は閉曲面  $S$  で囲まれた中の電荷を示す。



●図1-3 ガウスの定理

## チェック

$D = \sigma [C/m^2]$   
すなわち、電束密度と電荷密度は等しい。

## チェック

分布電荷による電界の強さの計算には、ガウスの定理を用いる。

点電荷による電界の強さの計算には、クーロンの法則を用いる。

この式の意味するところは、「任意の閉曲面  $S$  から出ていく電気力線の総数  $N$  は、その閉曲面  $S$  内にある電荷の総和  $Q$  を媒質の誘電率  $\epsilon$  で除した数に等しい」ということである。すなわち、

$$N = \frac{Q}{\epsilon} \quad (1-15)$$

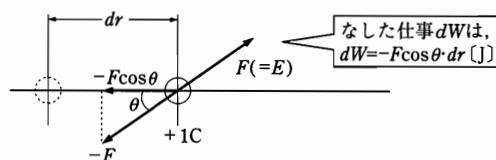
なお、ガウスの定理における「電荷の総和  $Q$ 」とは、任意の閉曲面  $S$  に包含される正あるいは負の電荷の代数和であり、「電気力線の総数  $N$ 」とは、閉曲面  $S$  より出る電気力線を正、入る電気力線を負としたときの、その代数和である。

#### 4) 電位

##### ① 電位

無限遠点から、単位正電荷 (+1C) をある点まで運ぶに要する仕事 (J) (エネルギー) は、その点の電位 (V) の値と等しくなる。

電界の強さ  $E$  [V/m] の電界中に単位正電荷  $Q_0 = 1\text{C}$  を置くと、式 (1-4) により、 $F = E$  [N] のクーロン力が作用する。この力  $F$  によって、電荷が電界の方向に移動したとすると、この場合は電界が電荷に対して仕事をしたことになり、反対に、このクーロン力に逆らって単位正電荷を電界と逆の方向に移動したとすると、この場合は外部から電荷に対して仕事がなされたことになる。



●図1-4 力と仕事

いま、図1-4のように、外部からの力  $F$  [N] に逆らって  $-F$  の力を加えた結果、単位正電荷が移動した距離  $dr$  の方向と  $-F$  の力の方向との間に角度  $\theta$  (rad) がある場合は、なした仕事  $dW$  は次式のようになる。

$$dW = -FQ_0 \cos \theta \cdot dr \text{ [J]}$$

$$W = \int_{\infty}^r FQ_0 \cos \theta \cdot dr \text{ [J]} \quad (1-16)$$

よって、 $V$  は  $Q_0 = 1\text{C}$  であるから、次式で表される。

$$V = \int_{\infty}^r -E \cos \theta \cdot dr \text{ [V]} \quad (1-17)$$

式 (1-16) と式 (1-17) の関係から、単位  $V$  [V] のところに電荷  $Q$  [C] を持ってきたときに要する仕事  $W_Q$  は、 $W_Q = VQ$  [V·C] = [J]

### チェック

式 (1-14) の  $E_n$  を  $D_n$  に置き換えると、

$$\int_S D_n \cdot ds = \sum_{i=1}^m Q_i = \Psi$$

すなわち、「任意の閉曲面  $S$  から出ていく電束  $\Psi$  は、その閉曲面  $S$  内にある電荷の総和  $Q$  に等しい」ということを意味している。そして、この式は誘電率  $\epsilon$  が閉曲面  $S$  の中でいかなる値に変化しても成り立つ。

### チェック

$E$  は微小距離  $dr$  の間では一定とみなして計算する。

となることがわかる。

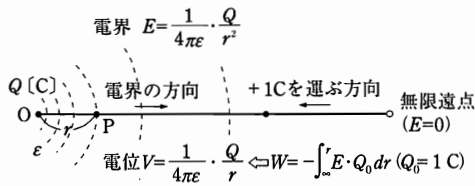
これより、電圧の単位 [V] は、[V] = [J/C] でもある。

ある点の電位を決めるのに、基準になる点を無限遠点としているが、これは電荷が作る電界の強さが無限遠点で零になるからである。しかし、大地は極めて大きな導体であるから、実用上電位零の等電位面とみなし、基準の零電位として取り扱う。

② 点電荷の作る電位

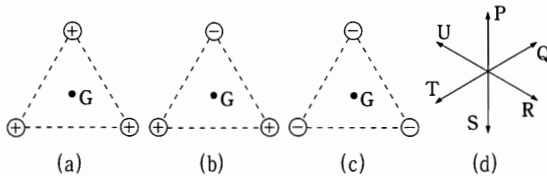
図1-5に示すように、無限遠点より点Pまで単位正電荷 (+1C) を移動するのに要する仕事、すなわちこれと等しい値となる電位  $V$  は、次式で表される。

$$\begin{aligned}
 V &= \int_{\infty}^r -E dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_{\infty}^r \frac{1}{r^2} dr \\
 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad (V) \quad (1-18)
 \end{aligned}$$



●図1-5 電界と電位

**例1-3** 次の文章は、1辺の長さ  $l$  の正三角形の頂点の位置に図1-6(a)~(c)に示すような極性の点電荷があり、それらによる静電界に関する記述である。ただし、電荷の絶対値はすべて等しいものとする。



●図1-6

- ① 正三角形の重心の位置  $G$  における電界の強さが最も大きいのは、図  である。その電界の方向は、図(d)の  の矢印の方向である。

また、各点電荷の絶対値を2倍にしたとき、重心の位置の電界の強さを同じに保つためには1辺の長さ  $l$  を

**チェック**

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (V/m)$$

**テクニック**

$$\begin{aligned}
 V &= \int_{\infty}^r -E dr \\
 &= \int_r^{\infty} E dr
 \end{aligned}$$

**チェック**

図1-5の  $W$  は、1Cを反発力によって無限遠点から点Pまで運ぶのに要する仕事。

# 理論

③ 倍にすればよい。

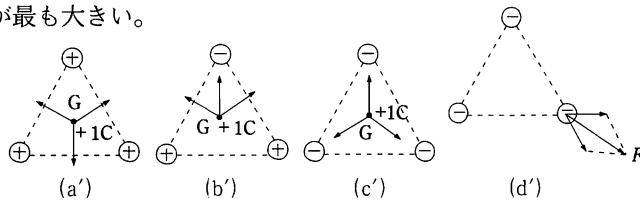
② 図(c)の底辺右端の負電荷に働いている力の方向は、図(d)の④の矢印の方向である。

③ 点 G における電位の絶対値が最も大きいのは、図⑤の場合である。

### 【解説】

問①および問②は電界の強さおよび力に関する問題なので、ベクトル和として考える。問③は電位に関する問題なので、スカラー量として考える。

(1) 点 G に +1C の電荷を置いたとき、この電荷が受ける力は、それぞれ図1-7のようになり、図(a')および図(c')では、そのベクトル和は零となる。図(b')は3本のベクトルの和が零ではないので、電界が最も大きい。



●図1-7

(2) その方向は上向きで、図1-6(d)のPの方向である。

(3) 電荷の絶対値を2倍にしても、図(a'), 図(c')では電界の強さは零である。したがって、図(b')について考える。1つの電荷 ( $Q$ [C]とする) による点 G における電界の強さ  $E_b$  は、式(1-3)(p.7)により (1辺の長さが  $l$  であるから),

$$E_b = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{3}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{l^2} \text{ [V/m]}$$

である。ここで、 $Q$  が2倍になると  $E_b$  も2倍となる。したがって、電界の強さを同じに保つためには、 $l^2$  を2倍、すなわち、 $l$  を  $\sqrt{2}$  倍にすればよい。

(4) 底辺右端の負電荷には、他の負電荷からの反発力が働き、その合成は  $F$  の方向となる。したがって、図(d)のR方向である。

(5) 電位はスカラー量であるから、点 G の電位は各電荷が作る電位の代数和である。図(b)は正負電荷が混在しており、それらが作る電位を  $2-1=1$  とすると、図(a), (c)の電位の絶対値はともに3で、最

も大きい。

[解答] (1) (b), (2) P, (3)  $\sqrt{2}$ , (4) R, (5) (a)と(c)

### ③ 等電位面

電位の等しい点を連ねた面を、等電位面という。等電位面に沿って電荷を移動させても、その電荷の持つ電気的なエネルギーは変わらないので、何ら仕事をしたことにならない。

### ④ クーロンの定理

帯電している導体は、次の性質をもつ。

- (a) 導体内部の電界は零である。
- (b) 導体全体の電位は同一である。
- (c) 帯電した電荷は導体表面のみに現れる。
- (d) 導体表面は等電位である。
- (e) 電気力線は導体表面に垂直である。
- (f) 導体表面のある点の電界の強さ  $E$  は、その点の電荷密度  $\sigma$  [ $\text{C}/\text{m}^2$ ] を誘電率  $\epsilon$  [ $\text{F}/\text{m}$ ] で除したものである。

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} [\text{V}/\text{m}] \quad (1-19)$$

これをクーロンの定理という。

### ⑤ 電位差

2点間の電位の差を電位差という。

電界の強さ  $E$  ( $\text{V}/\text{m}$ ) の電界中において、点 A, B の電位  $V_A, V_B$  は、それぞれ次のように表される。

$$V_A = \int_{\infty}^A -E \cdot dr [\text{V}]$$

$$V_B = \int_{\infty}^B -E \cdot dr [\text{V}]$$

したがって、点 A, B 間の電位差  $V_{AB}$  は、

$$V_{AB} = V_A - V_B = \int_B^A -E \cdot dr [\text{V}] \quad (1-20)$$

これを点電荷に適用してみると、次のようになる。

点電荷  $Q$  (C) から距離  $r_A$  (m) および  $r_B$  (m) の点 A, B の電位  $V_A, V_B$  および両者間の電位差  $V_{AB}$  は、次のようになる。

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_A} [\text{V}], \quad V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_B} [\text{V}]$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) [\text{V}] \quad (1-21)$$

### チェック

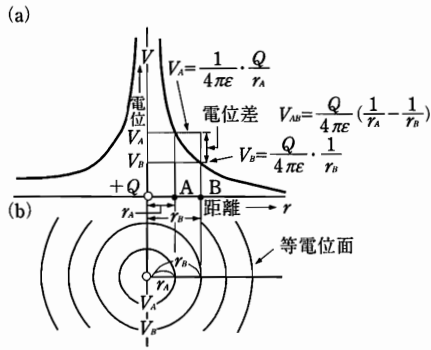
電位差の単位は [V] である。

### チェック

- $r_A < r_B$  のとき,  
 $V_A > V_B$
- $r_A > r_B$  のとき,  
 $V_A < V_B$

# 理論

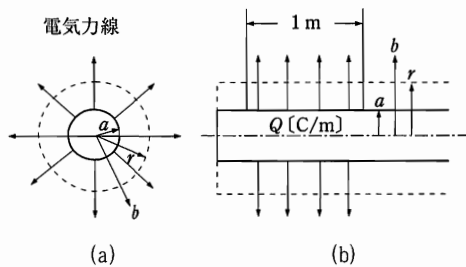
この電位差は、図1-8(a)の  $V_{AB}$  で示される。電位は、点Aのほうが点Bより高く、点Aから点Bに向かって  $V_{AB}$  [V] だけ電圧降下している。



●図1-8 電位・電位差・等電位面

**例1-4** 真空中に、電荷が一様に分布している半径  $a$  [m] の無限に長い円筒がある。いま、軸方向の単位長あたりの電荷を  $Q$  [C/m] とすれば、円筒の外部に出る電気力線の本数は、単位長あたり (1) [本] である。また、この円筒の中心から  $r$  [m] の点の電界の強さは、 $r < a$  の場合 (2) [V/m]、 $r > a$  の場合 (3) [V/m] となり、円筒の表面と円筒外で中心から  $b$  [m] の点との間の電位差は、(4) [V] となる。なお、 $b$  が無限大の場合の電位差、すなわち、円筒表面の電位は、(5) [V] となる。

[解 説]



●図1-9 無限長円筒導体

(1) ガウスの定理を適用して、式(1-15) (p.10) より、

$$N = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Q}{8.854 \times 10^{-12}}$$

(2)  $r < a$  の場合の電界の強さ  $E$  は、

$$N = ES = \frac{\pi r^2 Q}{\pi a^2 \epsilon_0} = \frac{r^2 Q}{a^2 \epsilon_0}$$

ここで、 $S = 2\pi r \times 1$  (単位長さの側面積) [m<sup>2</sup>]

$$\therefore E = \frac{rQ}{2\pi\epsilon_0 a^2} \text{ [V/m]}$$

(3)  $r > a$  の場合の電界の強さ  $E'$  は、

$$N = E'S' = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad S' = 2\pi r \times 1$$

$$\therefore E' = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ [V/m]}$$

(4)  $ab$  間の電位差  $V_{ab}$  は、式 (1-20) (p.13) により、

$$\begin{aligned} V_{ab} &= \int_b^a -E' \cdot dr = \frac{-Q}{2\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{1}{r} \cdot dr \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{b}{a} \text{ [V]} \end{aligned}$$

(5) (4) で  $b$  を無限大とすると、 $V_a = \infty$  となる。

【解答】 (1)  $\frac{Q}{\epsilon_0}$  (または  $\frac{Q}{8.854 \times 10^{-12}}$ ), (2)  $\frac{rQ}{2\pi\epsilon_0 a^2}$ ,

(3)  $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r}$ , (4)  $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{b}{a}$ , (5)  $\infty$  (無限大)

### ⑥ 電位の傾き

ある点 P における  $r$  方向の電位  $V$  の減少割合を電位の傾き (あるいは電位傾度、電位勾配) という。

この電位の傾きに負の符号を付けたものが、その点における電界の強さ  $E$  [V/m] の  $r$  方向の成分  $E_r$  を表す。

$$-\frac{dV}{dr} = E \cos \theta = E_r \text{ [V/m]} \quad (1-22)$$

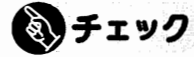
ここで  $\theta$  は、 $E$  と  $r$  のつくる角度である。

### (3) いろいろな電界の計算

いろいろな形状の帯電体による電界の強さと電位の計算を、以下に例示する。

一般に、電界の強さと電位を計算する手順は、次のとおりである。

① 電界の強さ  $E$  を求めるには、電気力線の面積密度が電界の強さであることと、ガウスの定理式 (1-15) (p.10) より、



$r < a$  の場合、半径  $r$  のうちに含まれる電荷の量  $Q'$  は、

$$Q' = \frac{\pi r^2}{\pi a^2} Q \text{ [C/m]}$$

である。

$N$ (電気力線の数) =  $S$ (面積)  $\times$   $E$ (電界の強さ)

$$= \frac{Q(\text{電荷})}{\epsilon(\text{誘電率})}$$

$$\therefore E = \frac{Q}{\epsilon S} [\text{V/m}] \quad (1-23)$$

によって算出する。

②  $E$  が求まれば、式 (1-17) (p.10) より、電位は次式で求めることができる。

$$V = \int -E \cdot dr \quad (1-24)$$

なお、帯電体には、電荷が表面に分布する導体の場合と、内部にも均一に分布する誘電体の場合があるので注意すること。

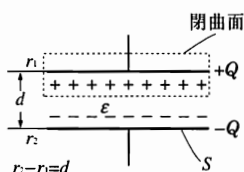
### 1) 平行平板電極間の電界と電位

図 1-10 のように電極に  $\pm Q$  [C] の電荷を与えた場合、電極間の電界の強さ  $E$  は、ガウスの定理により、次式で表される。

$$E = \frac{Q}{\epsilon S} [\text{V/m}] \quad (1-25)$$

また、電位差  $V$  は式 (1-17) より、次のようになる。

$$V = \int_{r_2}^{r_1} -E dr = \frac{Q}{\epsilon S} \int_{r_1}^{r_2} dr = \frac{Q}{\epsilon S} [r]_{r_1}^{r_2} = \frac{Qd}{\epsilon S} [\text{V}] \quad (1-26)$$



●図 1-10 平行平板電極

### 2) 表面に均一に帯電した導体球の電界と電位

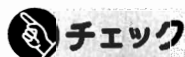
①  $r \geq a$  の場合

$$ES = \frac{Q}{\epsilon}, \quad S = 4\pi r^2$$

$$\therefore E = \frac{Q}{S\epsilon} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} [\text{V/m}] \quad (1-27)$$

これは、次項 3) の  $r \geq a$  の場合と同である。したがって、 $V$  は、

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} [\text{V}] \quad (1-28)$$



平行平板電極間は平等電界とみなすと、電位差  $V$  は次式となる。

$$V = E \cdot d$$



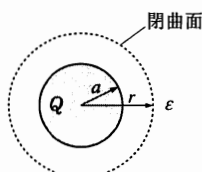
②  $r < a$  の場合

球体の内部には電荷がないから、電界は零である。

電位は、すべて球体表面の電位と同一である。すなわち、

$$E=0[\text{V/m}]$$

$$V=\frac{Q}{4\pi\epsilon a}[\text{V}]$$

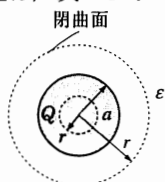


●図1-11 表面に均一に帯電した球体

## 3) 内部に均一に帯電した球体による電界と電位

図1-12において、半径  $a$  の球に電荷  $Q(\text{C})$  が与えられている。

この場合の電界と電位は、次のようにして求める。



●図1-12 内部に均一に帯電した球体

①  $r \geq a$  (球外) の電界と電位

電界の強さ  $E$  は次のようになる。

$$ES=\frac{Q}{\epsilon}, \quad S=4\pi r^2[\text{m}^2]$$

$$E=\frac{Q}{\epsilon S}=\frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}[\text{V/m}] \quad (1-29)$$

したがって、球外の  $r$  の電位  $V$  は

$$V=-\int_{\infty}^r E dr=\frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_r^{\infty} \frac{1}{r^2} dr=\frac{Q}{4\pi\epsilon r}[\text{V}] \quad (1-30)$$

②  $r < a$  (球内) の電界と電位

電界の強さ  $E$  は次のようになる。

$$ES=\frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{r^3 Q}{a^3}, \quad S=4\pi r^2[\text{m}^2]$$

$$E=\frac{rQ}{4\pi\epsilon a^3}[\text{V/m}] \quad (1-31)$$

このときの電位  $V$  は、球体表面の電位  $V_a$  と球内部の電位差  $V_{r,a}$  の和である。ただし、 $V_a$  は  $r=a$  のときの値である。

### 🔍 チェック

半径  $r(\text{m})$  の球の中に含まれる電荷  $Q'$  は、

$$\begin{aligned} Q' &= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3} Q \\ &= \frac{r^3}{a^3} Q \end{aligned}$$

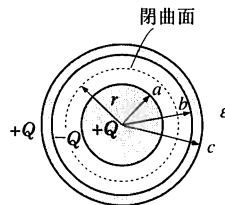
なお,  $V_{ra}$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{ra} &= - \int_a^r E dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon a^3} \int_a^r -r dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon a^3} \left[ \frac{r^2}{2} \right]_r^a = \frac{(a^2 - r^2)Q}{8\pi\epsilon a^3} \text{ [V]} \\ V &= V_a + V_{ra} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon a} + \frac{(a^2 - r^2)Q}{8\pi\epsilon a^3} = \frac{(3a^2 - r^2)}{8\pi\epsilon a^3} Q \text{ [V]} \quad (1-32) \end{aligned}$$

#### 4) 同心球導体による電界と電位

図1-13のように、内球と外球の間に誘電体のある同心球導体において、内球に $+Q$  [C]の電荷を与えた場合の電界と電位について調べる。

内球に与えられた $+Q$ により、外球の外表面と内面にそれぞれ $+Q$ ,  $-Q$ の電荷が誘導されるが、内外球の電荷の総和は $+Q$ である。



●図1-13 同心球導体 (1 誘電体層)

##### ① $r \geq c$ の場合

この場合の電界の強さ  $E$  および電位  $V$  は、ガウスの定理を適用し、次のように表せる。

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \text{ [V/m]} \quad (1-33)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \text{ [V]} \quad (1-34)$$

##### ② $b < r < c$ の場合

$b$  と  $c$  の間は導体であるので、電界の強さ  $E$  は零、電位  $V$  は前式の  $r=c$  のときの値となる。すなわち、

$$E = 0 \text{ [V/m]} \quad (1-35)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon c} \text{ [V]} \quad (1-36)$$

##### ③ $a \leq r \leq b$ の場合

電界の強さ  $E$  は、 $r \geq c$  の場合と同じ。

ただし、

$$\cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ は半径 } r$$

の球の体積

$$\cdot \frac{4}{3} \pi a^3 \text{ は半径 } a$$

の球の体積

### 🔍 チェック

$$ES = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \text{ [V/m]} \quad (1-37)$$

電位  $V$  は外球の外側の電位  $V_c = Q/4\pi\epsilon c$  と  $r-b$  間の電位差  $V_{rb}$  との和である。

$$V_{rb} = - \int_b^r \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right) \text{ [V]}$$

$$\therefore V = V_c + V_{rb} = \frac{Q}{4\pi\epsilon c} + \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right) \text{ [V]} \quad (1-38)$$

④  $r < a$  の場合

電界の強さ  $E$  は零であり、電位は内球表面の電位と同じである。  
すなわち、

$$E = 0 \text{ [V/m]} \quad (1-39)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon c} + \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \text{ [V]} \quad (1-40)$$

5) 無限平板導体による電界と電位

図 1-14 に示すような無限平板導体の電界および電位は、次のようになる。

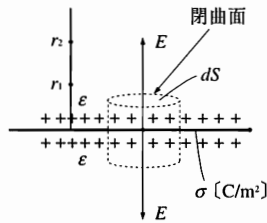
電界の強さ  $E$  は、ガウスの定理より、

$$2(E \cdot ds) = \frac{\sigma ds}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon} \text{ [V/m]} \quad (1-41)$$

したがって、電位  $V$  は次式で表され、無限大となる。

$$V = - \frac{\sigma}{2\epsilon} \int_{\infty}^0 dr = \infty \quad (1-42)$$



● 図 1-14 無限平板導体

なお、平面より  $r_1$ 、 $r_2$  の距離にある 2 点間の電位差  $V_{r_1 r_2}$  は、次のようになる。

$$V_{r_1 r_2} = - \frac{\sigma}{2\epsilon} \int_{r_2}^{r_1} dr = \frac{\sigma}{2\epsilon} (r_2 - r_1) \text{ [V]} \quad (1-43)$$

**テクニク**

$$- \int_b^r \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr$$

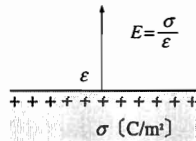
$$= \frac{-Q}{4\pi\epsilon} \int_b^r \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{-Q}{4\pi\epsilon} \left[ -\frac{1}{r} \right]_b^r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right)$$

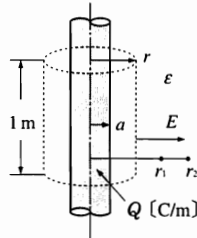
**チェック**

厚みが無限の平面導体の場合には、電界は一方にのみできる。



6) 無限長直線導体による電界と電位

図1-15に示す無限長直線導体による電界および電位は、次のようになる。



●図1-15 無限長直線導体

①  $a \leq r$  の場合

電界の強さ  $E$  および電位  $V$  は次式となる。

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \text{ [V/m]} \quad (1-44)$$

$$V = -\int_a^r \frac{Q}{2\pi\epsilon r} dr = \infty \quad (1-45)$$

導体の中心より  $r_1, r_2$  の距離にある2点間の電位差  $V_{r_1 r_2}$  は、

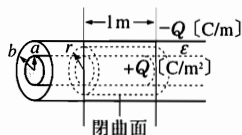
$$\begin{aligned} V_{r_1 r_2} &= -\int_{r_2}^{r_1} \frac{Q}{2\pi\epsilon r} dr = \frac{-Q}{2\pi\epsilon} [\log_e r]_{r_2}^{r_1} \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{r_2}{r_1} \text{ [V]} \quad (1-46) \end{aligned}$$

②  $r < a$  の場合

このときは、導体内部には電荷がないので電界の強さ  $E$  は零、電位  $V$  は  $r=a$  の場合の電位に等しく(式(1-45)),  $V = \infty$  となる。

7) 同心円筒導体による電界と電位

図1-16の同心円筒導体において、軸方向の単位長さあたり、内円筒に  $Q$  [C/m]、外円筒に  $-Q$  [C/m] の電荷を与えた場合の電界および電位は、次のようになる。



●図1-16 同心円筒導体

①  $b < r$  の場合

ガウスの定理を適用すると、閉曲面内の電荷の総和が零であるから、電界の強さ  $E$  は零、したがって電位  $V$  も零である。

②  $a \leq r \leq b$  の場合

電界の強さ  $E$  および電位  $V$  は、それぞれ次の式で表される。



$$\begin{aligned} &-\int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{r} dr \\ &= -[\log_e r]_{r_2}^{r_1} \\ &= -(\log_e r_1 - \log_e r_2) \\ &= \log_e \frac{r_2}{r_1} \end{aligned}$$